Half-Yearly Exam: 2021 Date: 31.01.2021

B.Sc. Part-III, Subject - Maths II (Abstract Algebra)

MM-50

नोट: पाँच प्रश्नों को हल कीजिये, प्रत्येक प्रश्न का अंक समान है।
Solve FIVE questions, Each question carry equal marks.

प्रश्न 1. मानलीजिये G एक समूह है तथा g, G का एक स्थिर अवयव है। तब सिद्ध कीजिए कि प्रतिचित्रण $T_g : G \to G$ जो $T_g(x) = gxg^{-1}, \forall x \in G$ से परिभाषित है, G का एक स्वाकारिता है।
(Let G be a group and let g be a fixed element of G. Then the mapping $T_g : G \to G$ defined by $T_g(x) = gxg^{-1}, \forall x \in G$. is an automorphism of G.)

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिए कि किसी समूह G का संयुग्मी संबंध एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।
(Prove that the Conjugacy Relation of Group G is an equivalence Relation.)

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिये कि समूह G के किसी उपसमूह H के लिए $N(H)$, G का एक उपसमूह होता है तथा H, $N(H)$ का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।
(Show that $N(H)$ is a subgroup of group G, where H is a subgroup of G. and $N(H)$ is a Normal subgroup of H.)

प्रश्न 4. साइलो का प्रथम प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।
(State & Prove First Sylow's theorem.)

प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए कि किसी वलय $(R, +, \cdot)$ की दो गुणजावली का सर्वनिष्ठ R का एक गुणजावली होता है।
(Prove that the intersection of any two Ideals of ring $(R, +, \cdot)$ is an Ideal of ring R.)

प्रश्न 6. वलयों के समाकारिता पर मूल प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।
(State & Prove Fundamental theorem on homomorphism of rings)

प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए कि उपमाड्यूलों का स्वेच्छ सर्वनिष्ठ एक उपमाड्यूल होता है।

Scanned with CamScanner

Prove that the intersection of any two submodule is also a submodule.

प्रश्न 8. $(I_6, +_6, \times_6)$ पर निम्न बहुपदो का योग और गुणन ज्ञात कीजिए :

$f(x) = 5+4x+3x^2+2x^3$ तथा $g(x) = 1+4x+5x^2+x^3$

जहाँ $I_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Find the sum and product of the following polynomials over the ring $(I_6, +_6, \times_6)$:

$f(x) = 5+4x+3x^2+2x^3$, $g(x) = 1+4x+5x^2+x^3$

where $I_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

— X —

Scanned with CamScanner

Half-Yearly Exam 2021 Date: 31.01.2021

B.Sc. Part II, Subject - Maths-II MM-50

(Differential Equations).

नोट : पाँच प्रश्न को हल कीजिये, प्रत्येक प्रश्न समान अंक का है।

Note: Solve FIVE questions, Each question carry equal Marks.

प्रश्न 1. श्रेणिक अवकल समीकरण $xy'' + (1-2x)y' + (x-1)y = 0$ को घात श्रेणी विधि से हल कीजिये।

Solve by the Method of Power series of the linear differential Equation $xy'' + (1-2x)y' + (x-1)y = 0$.

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिये (Prove that):

(i) $\frac{d}{dx}[x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$.

(ii) $2J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$.

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए (Prove that) $P_n(x) = \frac{1}{2^n \lfloor n} \frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$.

प्रश्न 4. $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 2$ को Legendre's Polynomials में व्यक्त (Express) करें।

प्रश्न 5. ज्ञात कीजिये (Find)

(i) $L\{e^t \sin^2 t\}$ (ii) $L\{e^t \cos^2 t\}$.

प्रश्न 6. संवलन प्रमेय से मान ज्ञात कीजिये

(i) $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p^2+a^2)^2}\right\}$ (ii) $L^{-1}\left\{\frac{p^2}{(p^2+4)^2}\right\}$. (Using Convolution theorem.)

प्रश्न 7. हल कीजिये $(D+1)^2 y = t$, दिया है जब $t=0$ तो $y=-3$ और जब $t=1$ तो $y=-1$.

Solve: $(D+1)^2 y = t$, given that $y=-3$ when $t=0$ and $y=-1$, when $t=1$.

प्रश्न 8. हैवी साइड प्रसार से निम्न का मान ज्ञात कीजिये।

Using Heavisides expansion formula, to find

(i) $L^{-1}\left\{\frac{19p+37}{(p+1)(p-2)(p+3)}\right\}$ (ii) $L^{-1}\left\{\frac{2p^2-6p+5}{p^3-6p^2+11p-6}\right\}$

—X—

Scanned with CamScanner

Date, 31.01.2021

Half-Yearly Exam 2021; B.Sc. Part I, Subject - Maths II (Calculus)

M.M - (50)

नोट: कुल पाँच प्रश्नों को हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का अंक समान है।
(Solve FIVE questions. each question carry equal Marks.)

प्रश्न 1. $x=-1$ पर निम्न फलन के सांतत्य की जाँच कीजिए;
Test continuity of the following function at $x=-1$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x \neq -1 \\ -2, & x=-1 \end{cases}$$

प्रश्न 2. यदि $y=(x+\sqrt{1+x^2})^m$ तो सिद्ध कीजिये

$$(1+x^2)y_{n+2} + (2n+1)x\,y_{n+1} + (n^2-m^2)y_n = 0.$$

प्रश्न 3. टेलर प्रमेय (श्रेणी) (Taylor's series) से सिद्ध कीजिए कि

$$\log(x+h) = \log h + \frac{x}{h} - \frac{x^2}{2h^2} + \frac{x^3}{3h^3} - \cdots$$

प्रश्न 4. $\sin x$ का $(x-\frac{\pi}{2})$ की घातों में प्रसार कीजिए।
Expand $\sin x$ in powers of $(x-\pi/2)$.

प्रश्न 5. निम्न वक्र की अनन्त स्पर्शियां ज्ञात कीजिए;
(Find out asymptotes of the following curve.)

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0.$$

प्रश्न 6. सिद्ध कीजिए कि वक्र $y=\frac{a}{2}(e^{x/a}+e^{-x/a})$ के किसी बिन्दु (x,y) पर वक्रता त्रिज्या y^2/a है।
(show that the Radius of curvature of the curve $y=\frac{a}{2}(e^{x/a}+e^{-x/a})$ at the point (x,y) is y^2/a.)

प्रश्न 7. पादिक समीकरण (Pedal Equation) की परिभाषा लिखिये और वक्रता त्रिज्या के लिये पादिक समीकरण ज्ञात कीजिये।
(Define Pedal Equation & find out the Pedal equation of the Radius of curvature.)

प्रश्न 8. निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए; (Trace the curve)

$$ay^2 = x^2(a-x).$$

—x—

Scanned with CamScanner